

LA COMPOSITION DES MOUVEMENTS VIBRATOIRES

I- Généralité :

En **physique, phénomène** se présentant sous divers aspects et dans divers domaines de la physique (**acoustique, électricité**, etc.), qui se manifeste par une **amplification** de la **réponse** ou de l'**amplitude** des **vibrations** d'un **système** quelconque, en fonction de la **fréquence** de l'**excitation**, et dépend de la fréquence caractéristique du système

1- Principe :

En prenant **deux diapasons** égaux et en mettant l'un des deux en vibration, on observe que l'autre, sollicité par les **ondes** émises par le premier, se met également à vibrer ; le même phénomène apparaît lorsque le second diapason a une fréquence multiple celle du premier.

$$MM' + MM1 + MM2$$

2- Enoncé du principe :

En mettant un diapason en vibration en contact avec un **caisson parallélépipédique** (dont une des faces est ouverte), le **son** se renforce d'une façon sensible : la variation d'amplitude (et non pas de fréquence) du son émis est due à ce que la colonne d'**air** intérieure au caisson se met également à vibrer, ajoutant ses vibrations à celles du diapason. Les **caisses de résonance** ou caisses **harmoniques** fonctionnent sur le même principe.

Une force périodique, même si son intensité est limitée, peut produire de très grandes **oscillations** dans un système, pour peu que la **puissance** de la **force** excitatrice soit voisine ou égale à la fréquence propre du système excité.

$$MM' = MM2 + MM1 + MM3 + III + MM1$$

Ainsi, les **arbres de transmission** possèdent des vitesses de rotation critiques, auxquelles ils entrent en résonance, se mettent à osciller comme des **cordes vibrantes** et risquent de casser.

Une fois ces vitesses dépassées, le risque disparaît. La fréquence propre d'un système dépend en général de ses caractéristiques physiques (**dimension** pour un système acoustique, **inductance** et **capacité** pour un système électrique, **constante** de raideur pour un ressort, etc.).

Ce phénomène, utile dans beaucoup d'applications en **électronique** et en acoustique, se révèle en général dangereux pour les **véhicules (bris de pièce, etc.)** ainsi que pour différents types de **constructions (ponts, tours, etc.)**.

3- Construction de Fresnel :

Soit y_1 et y_2 deux mouvements vibratoires de même période et de même direction agissant simultanément sur le même point M_1 . On a :

$$Y_1 = a_1 \sin (\omega t + \varphi_1)$$

$$Y_2 = a_2 \sin (\omega t + \varphi_2)$$

La vibration résultante du point M et Y telle que $g = y_1 + y_2$.

D'après Fresnel, à chaque fonction sinusoïdale on associe un vecteur tournant, le module est égal à l'amplitude a de la vitesse angulaire (ω) et le module est égal à φ module a_1

Y_1 -----> M_1 / phase φ_1

Y_2 -----> MM_2 / module a_2

Y -----> MM /phase cP

4- Détermination l'amplitude de a :

Application du théorème de Pythagore au triangle $MM'J$

$$MM' = a ; a^2 = M'J^2 + MJ^2 \text{ ou } M'J = M'I + IJ$$

$$\text{avec } M'I = a_1 \sin \varphi_1$$

$$IJ = M_2 k = a_2 \sin \varphi_2$$

$$M'J = a_1 \sin \varphi_1 + a_2 \sin \varphi_2$$

$$MJ = MK + kJ \text{ avec } MK = a_2 \cos \varphi_2$$

$$KJ = a_1 \cos \varphi_1$$

$$MJ = a_1 \cos \varphi_1 + a_2 \cos \varphi_2$$

$$a^2 = MJ^2 + M'J^2$$

$$a^2 = (a_1 \sin \varphi_1 + a_2 \sin \varphi_2)^2 + (a_1 \cos \varphi_1 + a_2 \cos \varphi_2)^2$$

après développement et arrangement, on trouve :

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2 a_1 a_2 \cos (\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2 a_1 a_2 \cos (\varphi_2 - \varphi_1)}$$

- La phase = φ

On considère le triangle rectangle MM'J

$$M'J = a_1 \sin \varphi_1 + a_2 \sin \varphi_2$$

$$\tan \varphi = \frac{M'J}{MJ} = \frac{a_1 \sin \varphi_1 + a_2 \sin \varphi_2}{a_1 \cos \varphi_1 + a_2 \cos \varphi_2}$$

$$MJ = a_1 \cos \varphi_1 + a_2 \cos \varphi_2$$

$$a_1 \sin \varphi_1 + a_2 \sin \varphi_2$$

$$\tan \varphi = \frac{a_1 \sin \varphi_1 + a_2 \sin \varphi_2}{a_1 \cos \varphi_1 + a_2 \cos \varphi_2}$$

$$a_1 \cos \varphi_1 + a_2 \cos \varphi_2$$

5- Les cas particuliers :

a- Vibrations en phase :

Si les deux vibrations sont de même phase :

$$\varphi_1 = \varphi_2 \text{ ou } \varphi_2 = \varphi_1 + k + 2 k \pi \text{ avec } k \in \mathbb{Z}$$

les vecteurs MM_1 et MM_2 et MM_2 et MM' ont même support et même sens

$$a = a_1 + a_2$$

$$\varphi = \varphi_1 = \varphi_2$$

b- Vibration en opposition de phase :

Si le phasage est égal à $(2 k + 1) \pi$; $k \in \mathbb{Z}$

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = (2k + 1)\pi$$

$$a_1 > a_2$$

c- Vibration en quadrature de phase :

Les deux vecteurs sont en quadrature si $\varphi_2 - \varphi_1 = \pm \pi/2 + 2k\pi$

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2$$

$$a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$$